========== **نهاية المحاضرة الثالثة**==========

مقاييس التشتت والاختلاف

MEASURES OF DISPERSION AND VARIATION

مقدمة :

عرضنا في الفصل السابق النزعة المركزية ووجدنا هذه المقاييس مهمة من حيث أنها تعطينا فكرة جيدة ووافية عن عناصر العينة المدروسة ومدى نزعتها للتجمع حول المتوسط ؛فالمتوسط الحسابي قيمة قريبة من كل عناصر العينة تقريباً (باستثناء القيم الشاذة) ، لكن في حال تساوي قيمة المتوسط لعينتين بالرغم من اختلافهما من حيث قيم العناصر فكيف نفرق بين العينتين والحكم من حيث التجانس وغيره من المؤشرات الإحصائية.

من هنا كان لابد من وجود مؤشرات خاصة لاستخدامها في حال تساوي قيمة المتوسط لعينتين ،هذه المؤشرات الأكثر أهمية واستخداماً هي مقاييس التشتت والاختلاف وهي موضوع هذا الفصل التي سندرسها بالتفصيل مع الأمثلة اللازمة.

(3-1) المدى (RANGE) :

تعريف : المدى هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة في العينة المدروسة .في جدول التوزيع التكراري يتم حساب المدى على أنه الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى ،أو هو الفرق بين مركز الفئة الأولى ومركز الفئة الأخيرة.

مثال : لدينا العينة التالية :

$$X=\{33,15,20,25,35\}$$

الحل : نلاحظ أن أصغر قيمة أي MIN (X)= 15 وأكبر قيمة هي MAX(X)= 35
وبالتالي فان : المدى هو التالي :

RANGE=MAX(X)-MIN(X)

= 35 – 15

= 20

(3-2) متوسط الانحراف المطلق MEAN ABSOLUTE DEFIATION

تعريف : يعرف متوسط الانحراف المطلق بأنه متوسط مجموع حاصل طرح كل عنصر من عناصر العينة من متوسط العينة بالقيمة المطلقة . و متوسط الانحراف المطلق يعطى بالعلاقة التالية :

$$\left| S^2 = (\sum_{1}^{n} (X_i - \overline{X})^2) / (N-1) \right.$$

ومن الجدير بالتنويه إلى أن متوسط الانحراف المطلق نادر الاستخدام في مجال الإحصاء التطبيقي في تحليل البيانات التجريبية للاختبارات والتجارب الزراعية.

لذا اكتفينا بهذا القدر بالحديث عن متوسط الانحراف المطلق

(3-3) التباين:VARIANCE

يعتبر التباين VARIANCE أهم مقياس من مقاييس التشتت والمستخدمة على نطاق واسع جداً خاصة في تحليل البيانات التجريبية للاختبارات والتجارب الزراعية وهو يعطى بالعلاقة التالية :

$$S^2 = (\sum_{1}^{n} (X_i - \overline{X})^2) / (N-1)$$

كما يمكن حساب التباين VARIANC بطريقة أخرى يطلق عليها طريقة تربيع القيم وهي كما يلي :

$$S^2 = (\sum_{1}^{n} X_i^2 - (\sum_{i}^{n} X_i^n)^2 / n) / (n-1)$$

ومن الجدير بالتنويه إلى أن الطريقة الاخيره أعلاه " طريقة تربيع القيم " تستخدم عندما تكون قيم العينة قيم كسرية.

مثال (2) :أوجد التشتت أو التباين والانحراف المعياري للعينة التالية باستخدام الطريقة المناسبة :

$$X = \{5,6,7,1,3,2\}$$

الحـل : يمكن الاستعانة بالعلاقة الخاصة بحساب التباين الاولى الأنفة الذكر وهي التالية :

$$S^2 = (\sum_{1}^{n} (X_i - \overline{X})^2) / (N-1)$$

كما يمكن الاستعانة بالعلاقة الخاصة بحساب التباين الثانية وهي التالية :

$$S^2 = (\sum_{1}^{n} X_i^2 - (\sum_{i}^{n} X_i^n)^2 / n) / (n-1)$$

من أجل ذلك علينا إنشاء الجدول المبسط التالي :

X	X-X`	$(X-X`)^2$	X^2
5	1	1	25
6	2	4	36
7	3	9	49
1	-3	9	1
3	-1	1	9
2	-2	4	4
∑ 24	0	28	124

الآن يمكن تطبيق إحدى العلاقتين السابقتين للحصول على التباين كما يلي:

$$S^2 = 28 / (6-1)$$

$$= 5.6$$

أما الانحراف المعياري للعينة فهو سهل الحساب باعتباره الجذر الموجب للتباين ،إذن هو يساوي:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{5.6}$$

$$= 2.37$$

◄ من الجدير بالذكر انه يمكن الملاحظة بسهولة أن الفرق بسيط بين قانون تباين العينة و قانون تباين المجتمع .

◄ عند تساوي المتوسطات فانه يستخدم عادة الانحراف المعياري كأساس للمقارنة بين عينتين أو أكثر شرط أن تكون العينات مأخوذة من مجتمع واحد ،وبالتالي فالعينة ذات الانحراف المعياري الأقل هي التي تكون أكثر استقرارا من غيرها وعناصرها أقل تبعثرا وأكثر تجانسا.

◄ أما إذا لم يتحقق الشرط المذكور أنفا أي عندما لا تكون العينات مأخوذة من مجتمع واحد فان الانحراف المعياري لايمكن اتخاذه كأساس للمقارنة بين عينتين أو أكثر ويستخدم عادة مقياس آخر يطلق عليه عامل الاختلاف COFFICIENT OF VARIATION

عامل الاختلاف COFFICIENT OF VARIATION : يرمز عادة لعامل الاختلاف بـ C.V وهو يعرف بأنه أحد مقاييس التشتت أو التباين الهامة والذي يستخدم بشكل عام للمقارنة بين عينتين أو أكثر عندما لا تكون العينات مأخوذة من مجتمع واحد بل من مجتمعات مختلفة ، وهو أي عامل الاختلاف يعطى بالعلاقة التالية :

$$C.V = (S / \bar{X}) * 100$$

حيث أن :

C.V : عامل الاختلاف

S : الانحراف المعياري

$\bar{X}$: متوسط العينة

◄من الجدير بالذكر انه كلما كانت قيمة عامل الاختلاف C.V أصغر كلما دل ذلك على ثبات العينة وتجانس أفرادها وعناصرها أقل تبعثرا مقارنة بالعينة الأخرى الأكبر بقيمة عامل الاختلاف

مثــال ( ) : قارن بين العينتين التاليتين علما أنهما من مجتمعين مختلفين :

X	3000	4500	4000	4100
Y	900	1200	1700	2200

الحــل : للمقارنة بين العينتين باعتبار أن العينات ليست مأخوذة من مجتمع واحد بل من مجتمعات مختلفة ، فان عامل الاختلاف يعطى بالعلاقة التالية :

$$C.V = (S / \bar{X}) * 100$$

وبتطبيق العلاقة السابقة الذكر نصل على قيمة عامل الاختلاف وهي :

$$C.V (X) = 637.7/3900 * 100$$

$$= 16 \%$$

$$C.V (Y) = 439.7/1500 * 100$$

$$= 29 \%$$

ومن الواضح أن عامل الاختلاف للعينة الاولى أصغر من عامل الاختلاف للعينة الثانية وبالتالي فان العينة الاولى أكثر تجانسا من العينة الثانية.

◄ من الجدير بالذكر انه بالرغم من أن الانحراف المعياري للعينة الثانية أصغر من الانحراف المعياري للعينة الاولى فإننا لا نقدر أن نحكم على مدى تجانس العين لان العينات ليست مأخوذة من مجتمع واحد بل من مجتمعات مختلفة ، وهذا ما يؤكد كل ما ذكرناه سابقاً.

الخطأ القياسي STANDARD ERROR : وهو يعرف بأنه أحد مقاييس التشتت أو التباين الهامة والذي يستخدم بشكل عام من أجل التعبير عن مدى التطابق ما بين متوسط الذي أخذت منه تلك العينة.وهذا يعني أنه كلما كان الخطأ القياسي أصغر

للعينة كلما كان الفرق أقل مابين متوسط العينة ومتوسط المجتمع . إن الخطأ القياسي يعطى بالعلاقة التالية :

$$S_{\bar{X}} = S / \sqrt{N}$$

حيث أن : SX` : الخطأ القياسي

S الانحراف المعياري

N عدد عناصر العينة

◄ من الجدير بالذكر انه يمكن استخدام الخطأ القياسي لتحديد المجال الذي يقع ضمنه متوسط المجتمع حيث أن متوسط المجتمع يقع بشكل عام ضمن المجال :

$$\bar{X} \pm S_{\bar{X}} * t$$

ويطلق على هذا المجال كما هو معروف في الإحصاء مجال الثقة.

========== **نهاية المحاضرة الثالثة الرابعة** =========

نظرية الاحتمالات والتوزيعات

THIORY OF PROBABILITY AND DISTRIBUTIONS